

الأسس المعتمدة في وضع أسئلة الامتحان النهائي لمادة

الرياضيات للصف الثالث الثانوي العلمي لعام 2017

مقدمة:

تعتبر عملية بناء الاختبارات التحصيلية في الرياضيات جزءاً لا يتجزأ من العملية التعليمية/التعلمية لها، وحتى ندرك مفهوم الاختبار التحصيلي، لا بد أن يكون لدينا مفهوماً واضحاً عن التحصيل الدراسي (Achievement)، فالتحصيل الدراسي هو كل ما يكتسبه المتعلم من معارف ومهارات وأساليب تفكير وقدرات على حل مشكلات نتيجة لدراسة مقرر الرياضيات. ومن ثم فإن الاختبار التحصيلي في الرياضيات هو الاختبار الذي يقيس ما اكتسبه المتعلم من معارف ومهارات وقدرات على حل المشكلات وسائر أهداف التعليم الذي وضع لها مقرر أو مقررات الرياضيات التي درسها الطالب. ويقاس التحصيل بالدرجات.

إعداد جدول المواصفات:

جدول المواصفات هو عبارة عن مخطط يبعدين، يمثل البعد الأول محتوى المادة المراد تصميم الاختبار لها ويمثل البعد الثاني مستويات المعرفة. ويمثل جدول المواصفات طريقة لضمان شمولية الاختبار على العناصر المختلفة لمحتوى المادة وكذلك لضمان التوزيع المناسب لفقرات الاختبار على المستويات المعرفية المختلفة. وتتم عملية إعداد جدول المواصفات بثلاثة مراحل هي:

1. تحديد المخرجات التعليمية:

من الضروري أن يكون المدرس قد أعد المخرجات التعليمية الخاصة بكل درس من دروس الرياضيات عند تحضيره للدروس بالاستفادة من كتاب المدرس. كما يجب أن يكون قد راعى قابلية هذه المخرجات للقياس.

2. تحديد وتحليل المحتوى:

بينما تعنى المخرجات التعليمية بطبيعة الأداء المتوقع من الطالب، فإن المحتوى يبين المجال الذي يظهر فيه ذلك الأداء. يتطلب تحديد المحتوى إعداد قائمة بالوحدات، ثم تحديد الوزن النسبي لكل وحدة على أساس عدد الحصص أو على أساس المخرجات التعليمية. أما تحليل محتوى المادة، يقصد به تقسيم محتوى المعرفة الرياضية إلى: المفاهيم والمصطلحات والرموز - التعميمات الرياضية - الخوارزميات والمهارات - المسائل وفيما يلي: لمحة موجزة عن هذه الأصناف من المعرفة الرياضية:

- **المفهوم الرياضي:** صورة مجردة تنبثق من مجموعة من العناصر التي تشترك في سمات أساسية تميز هذه المجموعة عن غيرها من العناصر.
- **التعميم الرياضي:** عبارة عن جملة خبرية أو أكثر تربط بين مفهومين أو أكثر بعلاقة صحيحة. ويندرج تحت التعميمات الرياضية الأصناف الآتية: الحقائق الرياضية – المسلمات والبديهيات – المبرهنات – القوانين الرياضية .
- **الخوارزميات والمهارات:** الخوارزمية هي مجموعة من الخطوات المنظمة والمتسلسلة التي تهدف لإيجاد ناتج محدد. وتتصف هذه الخطوات بسمة التكرار في المواقف المشابهة. أما المهارة فهي إنجاز عمل بسرعة ودقة واتقان.
- **المسألة الرياضية:** عبارة عن موقف جديد يواجه الفرد، ولا يوجد لدى الفرد إجابة جاهزة عنده، ولكن هذا الهدف يشكل هدفاً له ويجد فيه نوعاً من التحدي المقبول.

1. مستويات الأسئلة: تتكون الأسئلة من ما يأتي:

أولاً – الأسئلة الموضوعية أسئلة من قبيل قراءة رسم بياني أو قراءة جدول أو اكمال مخطط:

يشكل ما نسبته (24%) : من مجموع الدرجات المخصصة للمادة وفق ما يأتي:

تتكون من مجموعة أسئلة تتعلق ب: تطبيق مباشر لتعريف أو لمبرهنة أو نتيجة ... وتكون

صياغتها على شكل: جدول أو شجرة أو قراءة خط بياني

– أسئلة المهارات البسيطة (أداء عمليات بسيطة): تشكل وهي عبارة عن تطبيقات مباشرة

(غير موجودة في كتاب الطالب بحرفيتها) على العلاقات والقوانين والمبرهنات الرياضية.

ثانياً – أسئلة الفهم والمهارات المركبة تشكل ما نسبته (40%): وهي أسئلة (غير موجودة

في كتاب الطالب بحرفيتها) تتطلب القدرة على استعمال المفهوم أو التعميم بغية استنتاج أشياء

أخرى أبعد من مجرد الاستخدام المباشر. ولذلك عند قياس الفهم فإنه يستحسن قياس قدرات

الترجمة والتفسير والتنبؤ. وتكون صياغتها على شكل: قراءة جدول – خط بياني – تمارين

رابعاً – أسئلة المسائل تشكل ما نسبته (24%): وهي أسئلة جديدة (غير موجودة في كتاب

الطالب بحرفيتها) تقيس قدرة الطالب على توظيف المعلومات التي اكتسبها في مواقف جديدة

غير مألوفة مثل: مسائل تتطلب مهارات الاستنتاج والبرهان باستخدام مبرهنات ونتائج وكذلك

مسائل تتطلب حلها استخدام المعادلات والقيام بحلولها. إضافة إلى سؤال أو ربما تضمين تلك

المسائل السابقة طلب يقيس قدرات الطالب على الابتكار والإبداع.

امتحان الرياضيات للصف الثالث الثانوي العلمي 2017

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (وهي مجموعة أسئلة مباشرة متنوعة):

على النمط

26 % اكمل الجدول المرفق اكمل المخطط الشجري قراءة خط بياني
حل معادلة بسيطة

40 % ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

(وهي مجموعة أسئلة مهارات مركبة وأسئلة فهم):

التمرين الأول.

التمرين الثاني.

التمرين الثالث.

التمرين الرابع.

34 % رابعاً: حل المسألتين الآتيتين:

مسألة من كل جزء

المسألة الأولى.

.....

المسألة الثانية.

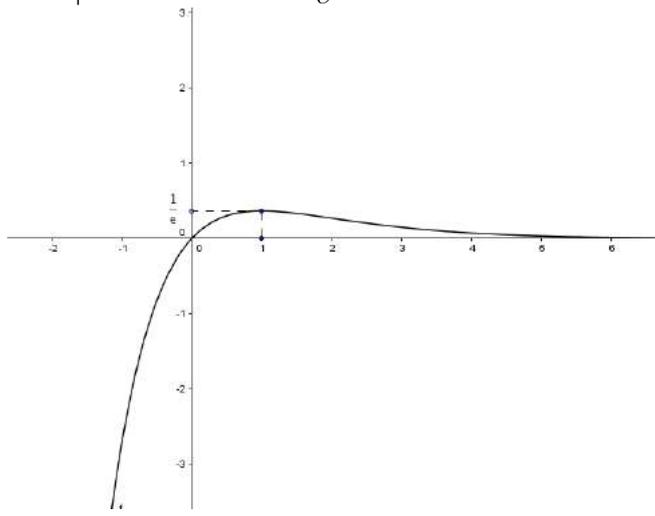
.....

ملاحظة: جميع الأسئلة السابقة قد تتضمن الجزئيين

ملاحظات	الدرجة	الحل	الخطوة	السؤال												
	5	عدد حلول المعادلة $f(x) = 5$: حل وحيد	1	الأول												
	5	مجموعة حلول المتراجحة $[4, +\infty[$	2													
	5+5	$f(1)$ قيمة كبرى محلية، لأنه يوجد جوار I يحقق أياً كان x ينتمي إلى $I \cap \mathbb{R}$ فإن $f(x) \leq f(1)$	3													
	5	عدد القيم الحدية المحلية : أربعة	4													
	5	قيمة المشتق تساوي الصفر	5													
	5 + 5	غير اشتقاقي عند $x = 1$. غير مستمر عند $x = 1$	6													
	40			المجموع												
	5	عدد الاختبارات $n = 4$	1	الثاني												
	5	من الجدول $p = \frac{2}{3}$ ومنه $p^4 = \frac{16}{81}$	2													
	4 × 5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>k</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$\mathbb{P}(X = k)$</td> <td>$\frac{1}{81}$</td> <td>$\frac{8}{81}$</td> <td>$\frac{24}{81}$</td> <td>$\frac{32}{81}$</td> <td>$\frac{16}{81}$</td> </tr> </table> أو كتب $\mathbb{P}(X = k) = \binom{4}{k} \left(\frac{2}{3}\right)^k \left(\frac{1}{3}\right)^{4-k}$	k		0	1	2	3	4	$\mathbb{P}(X = k)$	$\frac{1}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{16}{81}$	3
k	0	1	2		3	4										
$\mathbb{P}(X = k)$	$\frac{1}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{16}{81}$											
	3 + 2 3 + 2	$\mathbb{V}(X) = npq = \frac{8}{9}$, $\mathbb{E}(X) = np = \frac{8}{3}$	4													
	40			المجموع												
	5 + 5 + 5	$2(\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{IE}) = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CG}$	1	الثالث												
	5	$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CJ}$	2													
	5 + 5	$2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CG} - 2\overrightarrow{CE}$	3													
	5 + 5	$\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CE}$ (فهي مرتبطة خطأً)	4													
	40			المجموع												
	10	$\ln 4^x = \ln 5^{x+1}$		الرابع												
	5 + 5	$x \ln 4 = (x + 1) \ln 5$														
	5	$x \ln 4 - x \ln 5 = \ln 5$														
	5 + 5	$x \ln \frac{4}{5} = \ln 5$														
	5	$x = \frac{\ln 5}{\ln(0.8)}$														
	40	$x = \frac{\ln 5}{\ln(0.8)} \leftarrow x \ln(0.8) = \ln 5 \leftarrow \left(\frac{4}{5}\right)^x = 5$ أو														
	40			المجموع												

	2+10+3	$g'(1) = \frac{1}{4}$ ، $g'(x) = \frac{1}{2(x+1)}$ ، $g(1) = \ln \sqrt{2}$		ثانياً التمرين الأول
	5	$f(x) = \frac{\ln \sqrt{x+1} - \ln \sqrt{2}}{x-1} = \frac{g(x) - g(1)}{x-1}$		
	5 + 5	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x-1} = g'(1) = \frac{1}{4}$		
	5	$-1 \leq \sin x \leq +1$		
	5	$2x - 1 \leq 2x + \sin x \leq 2x + 1$		
	5	في حالة $x > 2$ يكون $\frac{2x-1}{x-2} \leq \frac{2x+\sin x}{x-2} \leq \frac{2x+1}{x-2}$		
	5 + 5	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x-2} = 2$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{x-2} = 2$		
	5	إذن $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+\sin x}{x-2} = 2$		
	60		المجموع	
	5	نحسب y_{n+1}		
	5 + 5	$y_{n+1} = x_{n+1} - 8 = \frac{3}{4}x_n - 6$		
	5 + 5	$= \frac{3}{4}(x_n - 8) = \frac{3}{4}x_n$		
	5 + 2 + 5	$y_n = -4\left(\frac{3}{4}\right)^n$ و $y_0 = -4$ و $\frac{3}{4}$ أساسها y_n $n \geq 0$ متتالية هندسية أساسها		
	5 + 5	$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ لأن أساسها $-1 < \frac{3}{4} < 1$		
	5 + 3	$x_n = -4\left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$ وبالتالي $x_n = y_n + 8$		
	5	$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 8$		
	60		المجموع	
10 دستور 5 زاوية دوران +5 تعويض + تعويض $e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ب $-i$ +5	5 + 10 5 + 5 5	$b' - b = e^{-i\frac{\pi}{2}}(c - b)$ ومنه $b' = -i(c - b) + b$		الثالث

نتيجة				
تعويض $e^{\frac{i\pi}{2}}$ ب i	5 + 5 5 5 5 + 5	وبالتالي العدد العقدي c صورة a $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AA'} = +\frac{\pi}{2} AC = AA'$ وفق دوران مباشر زاويته $\frac{\pi}{2}$ وبالتالي $a' - a = e^{\frac{i\pi}{2}}(c - a)$ ومنه $a' = i(c - a) + a$		
	60			المجموع
	5 + 5	$\cos^2 x \sin^2 x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{4} \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{-4}$	1	الرابع
	3	$= -\frac{1}{16} e^{ix} + e^{-ix} e^{ix} - e^{-ix}^2$	2	
	3 + 4	$= -\frac{1}{16} e^{2ix} - e^{-2ix}^2 = -\frac{1}{16} e^{4ix} + e^{-4ix} - 2$	3	
	5 + 5	$= -\frac{1}{8} \left(\frac{e^{4ix} + e^{-4ix}}{2} - 1 \right) = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4x$	4	
	5 + 10 5 + 3 + 2 + 5	$\int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4x \right) dx = \left[\frac{1}{8} x - \frac{1}{32} \sin 4x \right]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{16}$	5	
	60			المجموع
طريقة ثانية	5	$\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$	1	
	5 + 10 + 5 + 5	$\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4} \sin^2 2x = \frac{1}{4} \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} \right) = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4x$		
	5	$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^2 x dx = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4x \right) dx$		
	5 + 5 + 5 + 5 + 5	$= \left[\frac{1}{8} x + \frac{1}{32} \sin 4x \right]_0^{\pi/2}$ $= \left(\frac{1}{8} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{32} \sin 2\pi \right) - 0 - 0$ $= \frac{\pi}{16}$		

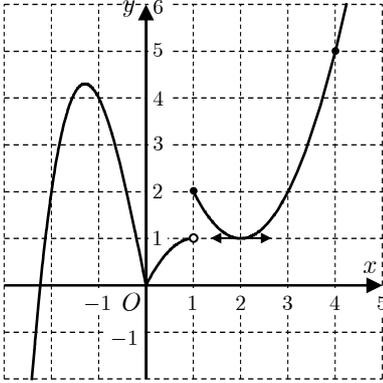
	5 + 5	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	ثالثاً الأول																				
	5	$f'(x) = (1-x)e^{-x}$																					
	5	جدول تغيرات f :																					
	3 + 3	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>\nearrow</td> <td>$\frac{1}{e}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>\searrow</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f'(x)$		+	0	$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	$\frac{1}{e}$				\searrow				0	
x	$-\infty$	1	$+\infty$																				
$f'(x)$		+	0																				
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	$\frac{1}{e}$																				
			\searrow																				
			0																				
	3 + 3																						
	3 + 3																						
	+5																						
	5																						
	5																						
	+ النقطة																						
	2																						
	المساعدة																						
	3 + 3																						
	3 + 3	$u = x$, $v' = e^{-x}$ $u' = 1$, $v = -e^{-x}$																					
	5 + 5																						
	5 + 5	$\int_0^1 xe^{-x} dx = \left[-(x+1)e^{-x} \right]_0^1$ $= -\frac{2}{e} + 1$																					
	3 + 3	الخاصة المطلوب إثباتها $0 < u_n \leq 1$ من أجل كل عدد طبيعي n طريقة 1: نلاحظ أن f متزايد تماماً على $I =]0,1[$ ومنه $f(I) = \left] 0, \frac{1}{e} \right[\subset]0,1[= I$																					
	3 + 3	ولأن $u_0 \in I$ فجميع حدود المتتالية تنتمي إلى I والخاصة $0 < u_n \leq 1$ محققة أيّاً كانت n . طريقة 2:																					
	3	• لتكن $E(n)$ الخاصة $0 < u_n \leq 1$.																					
	3	• في حالة $n = 0$ لدينا $0 < u_0 = 1 \leq 1$ إذن $E(0)$ محققة.																					
	3 + 3	• نفترض صحة $E(n)$ أي $0 < u_n \leq 1$. ولكن f متزايد تماماً على																					

		<p>المجال $[0,1]$ وبالتالي $f(0) < f(u_n) \leq f(1)$ أي</p> $0 < u_{n+1} \leq \frac{1}{e} \leq 1$ <p>والخاصة $E(n+1)$ صحيحة فالمراجعة صحيحة أيًا كانت $n \in \mathbb{N}$.</p>		
	3	• لتكن $E(n)$ الخاصة $u_{n+1} < u_n$.		
	3	• في حالة $n = 0$ لدينا $u_0 = 1$ و $u_1 = \frac{1}{e} < 1$ إذن $E(0)$ محققة.		
	3	• نفترض صحة $E(n)$ أي $u_{n+1} \leq u_n$. f متزايد على $[0,1]$ إذن $E(n+1)$ $f(u_{n+1}) \leq f(u_n)$ أي $u_{n+2} \leq u_{n+1}$ والخاصة $E(n+1)$ محققة.		
	3	إذن المتتالية $(u_n)_n$ متناقصة.		
	12	طريقة ثانية: حدود المتتالية موجبة تماماً و $1 < e^{-u_n} = \frac{u_{n+1}}{u_n}$ فالمتتالية متناقصة تماماً.		
				المجموع
	100			
	5 + 5 + 5	<p>احداثيات النقاط $A(0,0,0), I(\frac{1}{2}, 0, 1), E(0,1,0)$</p> <p>معادلة مستوي مار من A هي من الشكل $ax + by + cz = 0$</p> <p>نعوض إحداثيات E, I نجد $b = 0, \frac{1}{2}a + c = 0$ وبالتالي باختيار $a = 2$ تكون $c = -1$ ومعادلة المستوي $2x - z = 0$</p>		الثاني
5 احداثيات k	5	<p>h بُعد K عن المستوي $AIJE$ احداثيات k هي $(0, \frac{1}{2}, 1)$</p> $h = \frac{ 1 \times 0 + 0 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 1 }{\sqrt{1^2 + 0 + (-\frac{1}{2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ <p>حساب مساحة $AEJI$ لدينا $AI = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ وبالتالي</p> <p>مساحة $AEJI = \frac{\sqrt{5}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{5}}{2}$ وبالتالي $V = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{6}$</p>		
	4			شعاع ناظم على المستوي $\vec{u}(2, 0, -1)$

	4 + 4 4 + 4	معادلة المستقيم d الشعاع \vec{u} موجه له وبالتالي المعادلات الوسيطة $x = t, y = \frac{1}{2}, z = 1 - \frac{1}{2}t$	
	2 + 2 2 + 2 + 2	بالتعويض في معادلة المستوي نحصل على $t = \frac{2}{5}$ ومنه $x_N = \frac{2}{5}, y_N = \frac{1}{2}, z_N = \frac{4}{5}$ $\vec{AN} = \alpha \vec{AI} + \beta \vec{AE}$ يحققان α, β عددين بالتعويض نجد $\alpha = \frac{4}{5}, \beta = \frac{1}{2}$ وبالتالي تكون N مركز أبعاد متناسبة لنقاط $(I, \frac{4}{5}), (E, \frac{1}{2}), (A, -\frac{3}{10})$ أي $(I, \frac{4}{5}), (E, \frac{1}{2}), (A, 1 - \alpha - \beta)$	
2 للعلاقة 2 البحث عن عددين لكل تقبل 2	2 + 2		
	100		المجموع

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المناهج الجديد 2017)

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية. (40° لكل سؤال)

السؤال الأول. نجد جانباً الخط البياني لتابع f معرف على \mathbb{R} والمطلوب:

- (1) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 5$ ؟
- (2) ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 5$ ؟
- (3) هل $f(1)$ قيمة محلية كبرى أو صغرى للتابع. علل ذلك؟
- (4) ما عدد القيم الحدية للتابع f ؟
- (5) ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x = 2$ ؟
- (6) أيكون التابع f اشتقاقياً عند $x = 1$ ؟

k	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}(X = k)$					$\frac{16}{81}$

السؤال الثاني. ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربةبرنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي لـ X .

(1) ما عدد الاختبارات في التجربة؟

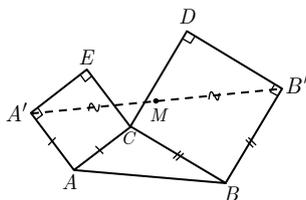
(2) أكمل الجدول المجاور.

(3) احسب التوقع الرياضي وتباين المتحول العشوائي X ؟السؤال الثالث. في الشكل المجاور مكعب. I و J منتصفات $[EF]$ و $[BC]$.(1) أثبت أن $2(\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{IE}) = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CG}$ (2) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{CG}, \overrightarrow{CE}$ مرتبطة خطياً.السؤال الرابع: حل المعادلة: $4^x = 5^{x+1}$

ثانياً حل التمارين الأربعة الآتية. (60° لكل تمرين)

التمرين الأول.

(1) ليكن g التابع المعرف على $I =]-1, +\infty[$ وفق العلاقة $g(x) = \ln(\sqrt{x+1})$ احسب كلاً من $g(1)$ و $g'(x)$ و $g'(1)$ واستنتج $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(\sqrt{x+1}) - \ln \sqrt{2}}{x-1}$ (2) احسب نهاية التابع f المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ وفق $f(x) = \frac{2x + \sin x}{x-2}$ عند $+\infty$ التمرين الثاني. لتكن $(x_n)_{n \geq 0}$ المتتالية المعطاة وفق $x_0 = 4$ و $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$ في حالة $n \geq 0$.(1) نعرف $(y_n)_{n \geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n - 8$ أثبت أن $(y_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية. واكتب y_n بدلالة n . واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n$



التدريب الثالث. ليكن المثلث ABC في المستوي ننشئ على ضلعيه $[AC]$ و $[BC]$ وخارجة المربعين $A'CEA'$ و $CBB'D$ كما في الشكل المجاور. تمثل الأعداد العقدية a, b, c, a', b' النقاط A, B, C, A', B' .

(1) B' هي صورة C وفق دوران مركزه B ، عيّنه واكتب الصيغة العقدية للعدد b' بدلالة b, c .

(2) أثبت أنّ $a' = i(c - a) + a$.

(3) عيّن العدد العقدي m الممثل للنقطة M منتصف $[A'B']$.

(4) كيف تتغير النقطة M عندما تتحول C في المستوي؟

التدريب الرابع. أثبت صحة المساواة $\cos^2 x \sin^2 x = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4x$ ، ثم احسب $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sin^2 x dx$.

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين. (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى. ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} بالصيغة $f(x) = xe^{-x}$.

(1) احسب نهاية التابع f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، احسب $f'(x)$ ، ادرس اطراف التابع f ونظم جدولاً بتغيراته وعين قيمته الحدية، ثم ارسم (C) .

(2) احسب مساحة السطح المحصور بين (C) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.

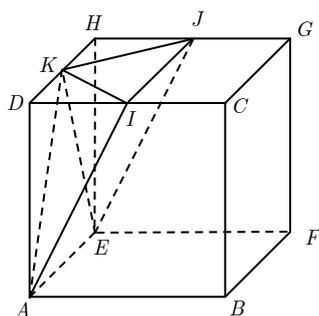
(3) بين أنه في حالة عدد حقيقي m من المجال $]0, e^{-1}[$ تقبل المعادلة $f(x) = m$ حلين مختلفين.

(4) لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة تدريجياً كما يأتي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$.

(a) أثبت أن $0 < u_n \leq 1$ وذلك مهما كان الدليل n .

(b) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متناقصة. ثم بين تقاربها واحسب نهايتها.

المسألة الثانية. نتأمل مكعباً $ABCDEFGH$. لتكن I و J و K منتصفات أضلاعه $[DC]$ و $[HG]$ و $[DH]$ بالترتيب. نتخذ $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$ معلماً متجانساً في الفراغ.



(1) أوجد إحداثيات النقاط A, I, E .

(2) اكتب معادلة المستوي $(AIJE)$.

(3) احسب بعد K عن المستوي $(AIJE)$ و حجم الهرم $KAIJE$.

(4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ والمار بالنقطة K .

(5) احسب إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(AIJE)$.

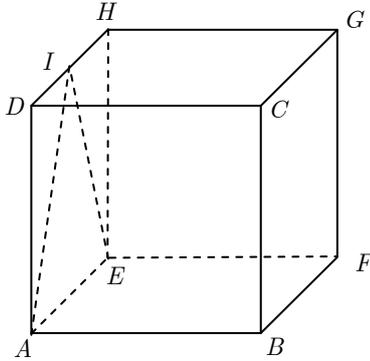
(6) أثبت أنّ N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, \alpha), (I, \beta), (E, \gamma)$ حيث α و β و γ هي أنقال

يطلب تعيينها.

انتهت الأسئلة

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية. (40° لكل سؤال)



السؤال الأول. نجد جانباً مكعباً طول ضلعه 1. مزوداً بمعلم متجانس

(A; $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD}$): حيث I هي منتصف [DH].

(1) أعط إحداثيات النقاط I و E و A.

(2) جد إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI.

(3) أين تقع النقطة M التي تحقق $3\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EO}$ ؟(4) احسب $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IE}$.السؤال الثاني. ليكن f التابع المعرف على $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ وفق $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x + 1}$.(1) جد الأعداد a و b و c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$ ، أيأ يكن x من D.(2) احسب $I = \int_0^2 f(x) dx$.

السؤال الثالث. ليكن z عدداً عقدياً ما، وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد.

أثبت أن $\frac{w\bar{z} - z}{iw - i}$ تخيلي بحت.السؤال الرابع. احسب مشتق التابع f المعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = e^{1 - \sin x}$.

ثانياً حل التمارين الأربعة الآتية. (60° لكل تمرين)

التمرين الأول. ليكن f التابع المعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + 1}$.(1) ما نهاية التابع f عند $-\infty$ ؟

(2) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين، ثم اكتب معادلةً لنصف المماس من اليمين لخطه

البياني C_f في النقطة $A(0, 0)$.التمرين الثاني. لتكن x_n المتتالية المعرفة وفق العلاقة $x_0 = 5$ و $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$.(1) احسب x_1, x_2, x_3 ، ثم ادرس اطراد المتتالية.(2) نعرّف y_n $n \geq 0$ بالعلاقة $y_n = x_n + 4$. أثبت أن y_n $n \geq 0$ متتالية هندسية.(3) اكتب y_n بدلالة n. ثم احسب $y_2 + y_3 + \dots + y_{10}$ بدلالة قوة للعدد $\frac{6}{5}$.

التمرين الثالث. في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لدينا نقطتين $A(2, -1, 0)$ و $B(-1, 3, 5)$. والمستوي P الذي يقبل معادلة $2x - 3y + z - 5 = 0$.

(1) أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي P في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها.

(2) اكتب معادلة للمستوي Q العمودي على P ويمر بالنقطتين A و B .

التمرين الرابع. يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء، وثلاث كرات خضراء وواحدة بيضاء. نسحب عشوائياً معاً كرتين من الصندوق. ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة.

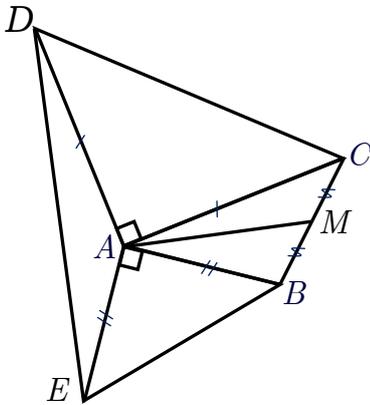
(1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

(2) احسب كلاً من $\mathbb{P}(X = 1)$ و $\mathbb{P}(X = 3)$ ثم استنتج قيمة $\mathbb{P}(X = 2)$.

(3) احسب توقع X وانحرافه المعياري.

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين. (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى.



نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشراً التوجيه كفيلاً. لتكن M منتصف $[AC]$ ، وليكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين. نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A . ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B و C .

(1) احسب بدلالة b و c الأعداد العقدية d و e و m المُمثلة للنقاط E و C و M بالترتيب.

(2) احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED = 2AM$.

(3) نفترض أن A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(B, 1), (C, 1), (E, 3), (D, 2)$.

- احسب $\frac{c}{b}$. ثم استنتج قياس الزاوية BAC .

المسألة الثانية.

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$.

(1) احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f .

(2) أوجد $f'(x)$ ثم ادرس إشارة المشتق ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f .

(3) ارسم الخط C في معلم متجانس.

(4) لتكن $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة على \mathbb{N}^* وفق $u_n = f(n)$ نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. أثبت

$$S_n = \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2} \quad \text{أن}$$

انتهت الأسئلة

التمرين الثالث. في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لدينا نقطتين $A(2, -1, 0)$ و $B(-1, 3, 5)$. والمستوي \mathcal{P} الذي يقبل معادلة $2x - 3y + z - 5 = 0$.

(1) أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي \mathcal{P} في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها.

(2) اكتب معادلةً للمستوي Q العمودي على \mathcal{P} ويمر بالنقطتين A و B .

التمرين الرابع. يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء، وثلاث كرات خضراء وواحدة بيضاء. نسحب عشوائياً معاً كرتين من الصندوق. ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة.

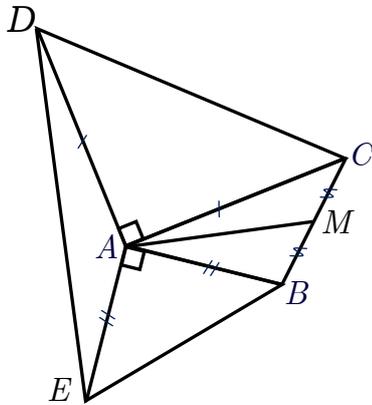
(1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

(2) احسب كلاً من $\mathbb{P}(X = 1)$ ثم استنتج قيمة $\mathbb{P}(X = 2)$.

(3) احسب توقع X وانحرافه المعياري.

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين. (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى.



نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشراً التوجيه كحياً. لتكن M منتصف $[AC]$ ، وليكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين. نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A . ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B و C .

(1) احسب بدلالة b و c الأعداد العقدية d و e و m المُمثلة للنقاط E و C و M بالترتيب.

(2) احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED = 2AM$.

(3) نفترض أن A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(B, 1), (C, 1), (E, 3), (D, 2)$.

- احسب $\frac{c}{b}$. ثم استنتج قياس الزاوية BAC .

المسألة الثانية.

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$.

(1) احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f .

(2) أوجد $f'(x)$ ثم ادرس إشارة المشتق ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f .

(3) ارسم الخط C في معلم متجانس.

(4) لتكن $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة على \mathbb{N}^* وفق $u_n = f(n)$ نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. أثبت

$$S_n = \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2} \quad \text{أن}$$

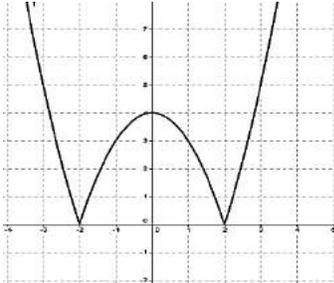
انتهت الأسئلة

الدرجة العظمى: ستمئة

المدة: ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً. أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

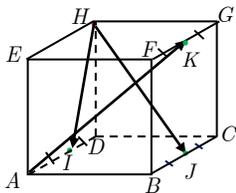
السؤال الأول. تجد جانباً الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} . والمطلوب

(1) كم حلاً للمعادلة $f(x) = 2$.

(2) احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر.

(3) عين صورة المجال $I = [-2, 2]$ وفق f .(4) كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f .السؤال الثاني. حل في \mathbb{R} المعادلة الآتية: $-\ln(x+1) + \ln x = \ln(x-1)$ السؤال الثالث. اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(2, -1, 3)$ و $B(4, 3, -1)$ السؤال الرابع. ما هي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{y^2}{x} + \frac{x}{y}\right)^8$ ؟

ثانياً. حل التمرينات الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول. إذا كان $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$ أيّاً يكن x من \mathbb{R}^* . أوجد نهاية التابع f عند الصفر.التمرين الثاني. لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدرجية: $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2 - u_n}$ 1. أثبت أن $0 < u_n < 1$ أيّاً كانت n من \mathbb{N} .2. نعرف $(v_n)_{n \geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$. أثبت أن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n .3. اكتب u_n بدلالة n ، واحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.التمرين الثالث. مكعب $ABCDEFGH$ مكعب. I و J و K هي بالترتيب منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ و $[FG]$ 1. باختيار معلم متجانس $(D; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$ احسب مركبات كل منالأشعة \overrightarrow{AK} و \overrightarrow{HI} و \overrightarrow{HJ} .2. أوجد عددين حقيقيين a و b يحققان المساواة: $\overrightarrow{AK} = a\overrightarrow{HI} + b\overrightarrow{HJ}$ ثم استنتج أن الأشعة \overrightarrow{AK} و \overrightarrow{HI} و \overrightarrow{HJ} مرتبطة خطياً.التمرين الرابع. عيّن العددين z_1 و z_2 حيث $\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = -3 + i2\sqrt{3} \end{cases}$

تابع في الصفحة الثانية.

ثالثاً. حل المسألتين الآتيتين : (90 درجة للأولى و 110 للثانية)

المسألة الأولى. صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء. نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً وليكن الحدث A الحصول على كرة حمراء على الأقل و الحدث B الحصول على كرتين سوداوين على الأقل احسب الاحتمالات التالية:

$$(1) \quad A | B, B, A$$

(2) إذا كان X متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة اكتب جدول قانونه الاحتمالي

واحسب توقعه وتباينه

المسألة الثانية. ليكن التابع f المعرّف على \mathbb{R} وفق $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$ خطه البياني C .

1. أوجد معادلة المقارب المائل وادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى مقاربه.
2. ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها. وبيّن أنه يبلغ قيمة حدية محلية عيّنها وبيّن نوعها.
3. استنتج أنّ للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرّمزه بالرمز α أثبت أنّ $1 < \alpha < 2$.
- 4 ارسم المقارب المائل ثم ارسم C ، واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمت التي معادلاتها

$$x = \ln 3 \text{ و } x = \ln 2 \text{ و } y = x - 2$$

انتهت الأسئلة

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المناهج الجديد 2017)

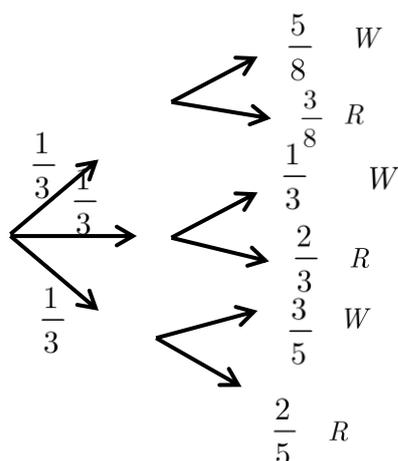
أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية. (40° لكل سؤال)

السؤال الأول. نجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$		+	0
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	1
$f(x)$			\searrow
$f(x)$			0

(1) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

(2) ما عدد القيم الحدية محلياً.

(3) اكتب معادلة مماس منحن التابع عند نقطة فاصلتها $x = 1$.السؤال الثاني. حل في \mathbb{C} المعادلة $Z^2 = 1 + i2\sqrt{2}$ السؤال الثالث: ليكن التابع f المعرفة على $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم عين $x > A$ ليكون $f(x)$ من المجال $[1.95, 2.05]$ السؤال الرابع: في المخطط الشجري المرسوم جانباً، الرمز W يدل على الكراتالبيضاء والرمز R على الكرات الحمراء حيث يتم اختيار عشوائياً كرة واحدة (1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء

(2) إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول

ثانياً حل التمارين الأربعة الآتية. (240°)

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ وفق $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 3}$ 1- اكتب $f(x)$ بالشكل: $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$ وعين قيمة a و b ثم أثبت أنالمستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل في جوار $+\infty$ 2- احسب $\int_0^2 f(x) dx$ التمرين الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ ، $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ ، $u_0 = e^3$ v_n متتالية معرفة بالشكل: $v_n = \ln(u_n) - 2$ والمطلوب :(1) أثبت أن v_n هندسية وعين v_0, q (2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n (3) أثبت أن $\lim u_n = e^2$

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثالث: $ABCDEFGH$ مكعب حيث K نقطة من CD تحقق: $\overline{DK} = \frac{1}{4}\overline{DC}$

والنقطة $J \in BC$ بحيث $\overline{BJ} = \frac{3}{4}\overline{BC}$ والمطلوب:

(1) جد احداثيات النقط H, E, J, K, G في المعلم $(A, \overline{AB}, \overline{AE}, \overline{AD})$

(2) أثبت أن الشعاعين $\overline{EJ}, \overline{EG}$ غير مرتبطين خطياً

(3) أثبت أن الأشعة $\overline{EJ}, \overline{EG}, \overline{HK}$ مرتبطة خطياً

(4) أثبت أن المستقيم HK يوازي (EGJ)

التمرين الرابع: أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $(x + \frac{1}{x})^8$

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين. (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن التابع g المعرف على \mathbb{R} وفق: $g(x) = e^x + 2 - x$

ادرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x) > 0$

ثانياً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = x + \frac{(x-1)}{e^x}$

(1) أثبت أن $f'(x) = \frac{1}{e^x} g(x)$

(2) بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $0 < \alpha < \frac{1}{2}$

(3) أثبت أن المستقيم $y = x$: Δ مقارب مائل في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي

(4) ارسم Δ وارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيم Δ والمستقيمين $x = 0$ ،

$x = 1$

المسألة الثانية: في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقط:

$A(1, 0, -1)$, $B(2, 2, 3)$, $C(3, 1, -2)$, $D(-4, 2, 1)$ والمطلوب:

(1) أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته

(2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2, -3, 1)$ ناظم على المستوي ABC واستنتج معادلة المستوي (ABC)

(3) احسب بعد النقطة D عن المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه (D, ABC)

انتهت الأسئلة

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية. (40° لكل سؤال)

السؤال الأول.

لتكن $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية عين أساسها واحسب $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$.

السؤال الثاني.

اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي $z = \frac{1 - i\sqrt{3}}{1 + i}$

السؤال الثالث. رف يحوي 7 كتب لمؤلفين ثلاثة كتب للمؤلف A وأربعة للمؤلف B

1) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B

2) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتابا معيناً للمؤلف B في البداية

السؤال الرابع. أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين

$$\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً حل التمارين الأربعة الآتية. (60° لكل تمرين)

التمرين الأول. ليكن $g(x) = \tan x$ والمطلوب

1) احسب $g'(\frac{\pi}{4})$ ، $g'(x)$ ، $g'(\frac{\pi}{4})$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

2) احسب مشتق التابع $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ على $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

التمرين الثاني. لتكن المتتاليتين x_n $n \geq 0$ ، y_n $n \geq 0$ المعرفتين وفق $x_n = \frac{4n+5}{n+1}$ و $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$.

أثبت أن المتتاليتين x_n $n \geq 0$ ، y_n $n \geq 0$ متجاورتان.

التمرين الثالث ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

1) عين عددين a, b يحققان $z^2 + az + a = z^2 + bz + a$

2) حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$.

التمرين الرابع: يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B.

نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في إنتاج المصنع A هي 4% وفي إنتاج B هي 10%. نسحب عشوائياً مصباحاً.

1) ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً.

2) إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من B.

يتبع في الصفحة الثانية

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين. (100° لكل مسألة)

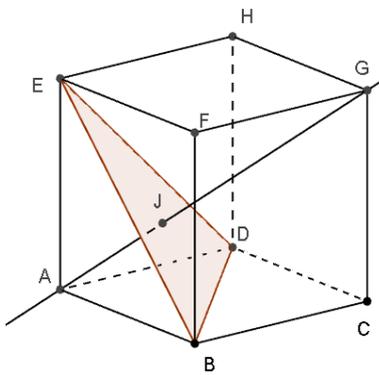
المسألة الأولى.

ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$ المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

- (1) ادرس نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبين اذا كانت له نهاية حقيقية عند $x = -1$.
- (2) أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .
- (3) احسب $f'(x)$ ونظم جدولاً بتغيرات f وعين ماله من قيم حدية محلية.
- (4) أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها $x = -2$.
- (5) ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم $x = 3$.

المسألة الثانية. $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 3

في المعلم $(A; \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$



- (1) عين احداثيات النقاط D, B, E, G
- (2) اعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG)
- (3) أثبت أن المستقيم (AG) ناظم للمستوي (EDB)
- (4) المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين احداثياتها
- (5) أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله
- (6) أحسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$

انتهت الأسئلة

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية. (40° لكل سؤال)

السؤال الأول.

نجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	
$f(x)$	$3 \nearrow +\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 3$	

(1) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C .

(2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C ؟

(3) هل يوجد للخط C مماسات أفقية؟

(4) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد في المجال $]-1, 1[$.

السؤال الثاني.

اكتب العدد العقدي $Z = (1 - \sqrt{2}) \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ بالشكل الأسّي.

السؤال الثالث.

$ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC . جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق

$$\|MB + MD + MC\| = \|3MA - MB - MD - MC\|$$

السؤال الرابع.

ليكن التابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق $f(x) = e^x$. احسب $f(\ln 2)$ و $f'(\ln 2)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow \ln 2} \frac{e^x - 2}{x - \ln 2}$.

ثانياً حل التمارين الأربعة الآتية. (60° لكل تمرين)

التبرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يأتي: $u_0 = 0$, $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$ والمطلوب

(1) أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$.

(2) أثبت أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متزايدة.

(3) علّل تقارب المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ واحسب نهايتها.

التبرين الثاني.

صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء. نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات

معاً. نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء ويأخذ

القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك. عيّن القانون

الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه وتباينه.

التبرين الثالث. أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$.

التبرين الرابع. عين مجموعة تعريف التابع $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$ واحسب نهايته عند الصفر.

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين. (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى. ليكن التابع f المعروف على \mathbb{R} وفق $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$

- (1) أوجد نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف.
- (2) ادرس اطراد التابع ونظم جدولاً بها.
- (3) بيّن القيم الحدية المحلية للتابع f . وارسم خطه البياني.
- (4) استنتج عدد حلول المعادلة $x^2 e^{-x} = 1$.
- (5) احسب مساحة السطح المحصور بين C محور الفواصل والمستقيم $y = 1$.

المسألة الثانية.

نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. ليكن المستوي P المار بالنقطة B ويقبل \overline{AB} شعاعاً ناظماً، وليكن Q المستوي الذي معادلته $x - y + 2z + 4 = 0$. وأخيراً لتكن S الكرة مركزها A ونصف قطرها AB .

- (1) أثبت أنّ $2x + y - z - 8 = 0$ هي معادلة للمستوي P .
 - (2) جد معادلة الكرة S .
 - (3) أثبت أنّ المستوي Q مستوي مماس للكرة S .
 - (4) أثبت أنّ النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q .
 - (5) ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً: $t \in \mathbb{R}$:
$$d : \begin{cases} x = t, \\ y = 12 - 5t, \\ z = 4 - 3t, \end{cases}$$
- (a) أثبت أنّ المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q .
- (b) أثبت أنّ المستقيم d محتوي في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

انتهت الأسئلة